3ème

Interrogation de Mathématiques

Exercice 1 :

Ecrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b nombres entiers, b le plus petit possible :

$$A=\sqrt{\frac{36}{5}}\times\sqrt{\frac{50}{9}} \qquad B=3\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{30}}-2\sqrt{45}+\frac{2}{\sqrt{5}}$$

Exercice 2 :

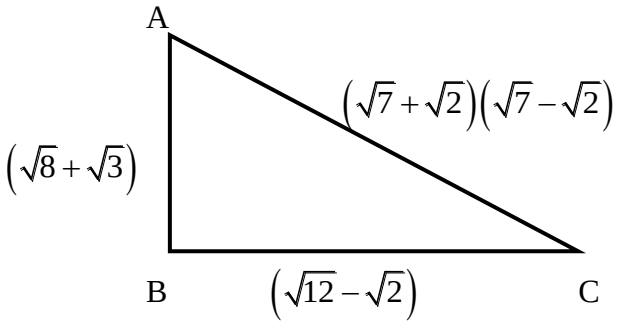
Développer et écrire sous la forme a + c$\sqrt{b}$ où a, b et c sont des entiers relatifs et b le plus petit possible.

$$C=\left(\sqrt{15}+1\right)\left(\sqrt{15}-3\right)-\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)^2 \qquad D=\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8}-3}$$

Exercice 3 : Écrire les nombres suivants sous la forme p+q $\sqrt{7}$ ou p et q sont des entiers relatifs.

$$E=\sqrt{49}+\sqrt{28}+\sqrt{63} \qquad F=\left(2\sqrt{7}+1\right)^2-\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)$$

Exercice 4 : Justifiez que le triangle suivant est rectangle.



CORRIGE – M. QUET

Exercice 1 :

Ecrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b nombres entiers, b le plus petit possible :

$$A=\sqrt{\frac{36}{5}}\times\sqrt{\frac{50}{9}}=\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{10}}{\sqrt{9}}=\frac{6}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{10}}{3}=\frac{6\times\sqrt{10}}{3}=2\sqrt{10}$$

$$B=3\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{30}}-2\sqrt{45}+\frac{2}{\sqrt{5}}=3\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}\sqrt{5}}-2\sqrt{5}\sqrt{9}+\frac{2\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{3}{\sqrt{5}}-2\times3\sqrt{5}+\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$B=\frac{3\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}-6\sqrt{5}\times\frac{5}{5}+\frac{2\sqrt{5}}{5}=\frac{3\sqrt{5}}{5}-\frac{30\sqrt{5}}{5}+\frac{2\sqrt{5}}{5}=-\frac{25\sqrt{5}}{5}=-5\sqrt{5}$$

Exercice 2 :

Développer et écrire sous la forme a + c$\sqrt{b}$ où a, b et c sont des entiers relatifs et b le plus petit possible.

$$C=\left(\sqrt{15}+1\right)\left(\sqrt{15}-3\right)-\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)^2=\left(15-3\sqrt{15}+\sqrt{15}-3\right)-\left(3-2\sqrt{3}\sqrt{5}+5\right)=\left(12-2\sqrt{15}\right)-\left(8-2\sqrt{15}\right)=4$$

$$D=\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8}-3}=\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8}-3}\times\frac{\sqrt{8}+3}{\sqrt{8}+3}=\frac{\sqrt{8}\times\left(\sqrt{8}+3\right)}{8-9}=\frac{8+3\sqrt{8}}{-1}=-8-3\sqrt{8}$$

Exercice 3 :

Écrire les nombres suivants sous la forme p+q $\sqrt{7}$ ou p et q sont des entiers relatifs.

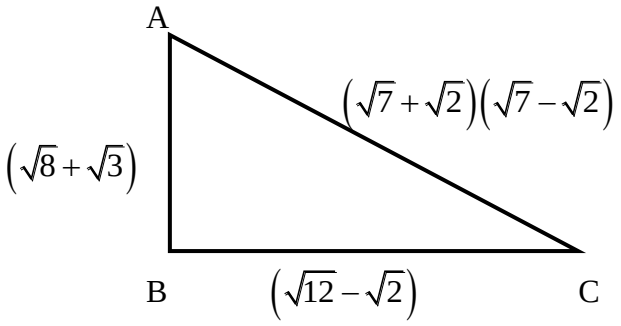
$$E=\sqrt{49}+\sqrt{28}+\sqrt{63}=7+\sqrt{4}\times\sqrt{7}+\sqrt{9}\times\sqrt{7}=7+2\sqrt{7}+3\sqrt{7}=7+5\sqrt{7}$$

$$F=\left(2\sqrt{7}+1\right)^2-\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)=\left(\left(2\sqrt{7}\right)^2+2\times2\sqrt{7}+1^2\right)-\left(\left(\sqrt{3}\right)^2-1^2\right)=\left(28+4\sqrt{7}+1\right)-(3-1)$$

$$F=\left(29+4\sqrt{7}\right)-2=29+4\sqrt{7}-2=27+4\sqrt{7}$$

Exercice 4 :

Justifiez que le triangle suivant est rectangle.



$$AB^2=\left(\sqrt{8}+\sqrt{3}\right)^2=8+2\sqrt{8}\sqrt{3}+3=11+2\sqrt{24}$$

$$BC^2=\left(\sqrt{12}-\sqrt{2}\right)^2=12-2\sqrt{12}\sqrt{2}+2=14-2\sqrt{24}$$

$$AC^2=\left[\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)\right]^2=\left[\left(\sqrt{7}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2\right]^2=(7-2)^2=5^2=25$$

Ainsi :

$$AB^2+BC^2=11+2\sqrt{24}+14-2\sqrt{24}=11+14=25=AC^2$$

Puisque $AB^2+BC^2=AC^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ce triangle est rectangle en B.